

QUESITO 8 (GEOMETRIA ELEMENTARE)

Scrivi Carlo Emilio Gadda in uno dei racconti de L'Adalgisa - Disegni milanesi: «Le stanze del servizio, il bagno, i corridoi, l'anticamera e l'uno dei due gabinetti, eran pavimentati con piastrelle rosse di piccolo formato: esagonali [...].

L'apotema di quelle mattonelle misurava centimetri 5,196, mentreché il raggio del cerchio circoscritto raggiungeva i 60 millimetri».

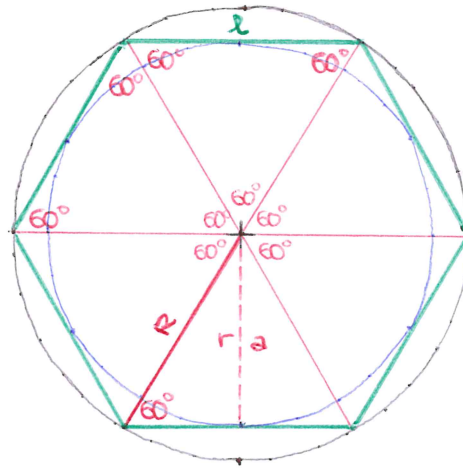
Esprimere la relazione esatta tra raggio del cerchio circoscritto ed apotema (ossia il raggio del cerchio inscritto) per un esagono regolare.

Verificare il risultato ottenuto alla luce delle misure indicate dallo scrittore.

Spiegare perché, utilizzando piastrelle esagonali regolari tutte congruenti, è possibile pavimentare un piano.

Con quali altri poligoni regolari, tra loro congruenti, è possibile pavimentare un piano? Motivare la risposta.

Basta osservare e ricordare quanto segue a proposito degli esagoni regolari



$R \equiv$ raggio circonferenza circoscritta

$r = a \equiv$ raggio circonferenza inscritta o apotema

$l \equiv$ lato dell'esagono regolare

$l = R$ il lato è pari al raggio della circonferenza circoscritta

somma angoli interni $= (l-2) \cdot 180 = (6-2) \cdot 180 = 720^\circ \rightarrow$ ogni angolo interno è pari a $\frac{720^\circ}{6} = 120^\circ$

I triangoli indicati in figura sono dunque equilateri e quindi $l \equiv R$

ed ancora $r = a = R \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} R$

Dunque la relazione esatta tra raggio del cerchio circoscritto ed apotema (ossia raggio del cerchio inscritto) è

$$r = a = \frac{\sqrt{3}}{2} R$$

Verifichiamo la coerenza dello scritto :

per $R = 60 \text{ mm} \equiv 6 \text{ cm} \rightarrow r = a = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot R = 5,196 \text{ cm}$

dunque è coerente

La condizione necessaria e sufficiente affinché un piano sia pavimentabile con piastrelle congruenti poligonali regolari

e che

possano essere accostate $n \in \mathbb{N}$ piastrelle in modo che la somma degli angoli interni sia pari a 360° .

Per gli esagoni regolari, come prima osservato, $\alpha = 120^\circ$ (angolo interno)

dunque accostando 3 piastrelle si ripristina un angolo giro

(120 è divisore di 360; $\frac{360}{120} = 3 \in \mathbb{N}$)

Generalizzando, al fine di determinare quali altri poligoni regolari tra loro congruenti consentano di pavimentare un piano, si può ragionare come segue

$$\alpha = \frac{(l-2)180}{l} ; \quad \begin{array}{l} \alpha \equiv \text{angolo interno poligono regolare} \\ l \equiv \text{numero di lati poligono regolare } (l \geq 3) \end{array}$$

condizione da rispettare

$$n\alpha = 360^\circ, \text{ con } n \in \mathbb{N}$$

dunque

$$n \cdot \frac{(l-2)180}{l} = 360 ; \quad n = \frac{360l}{(l-2)180} ; \quad n = \frac{2l}{l-2}$$

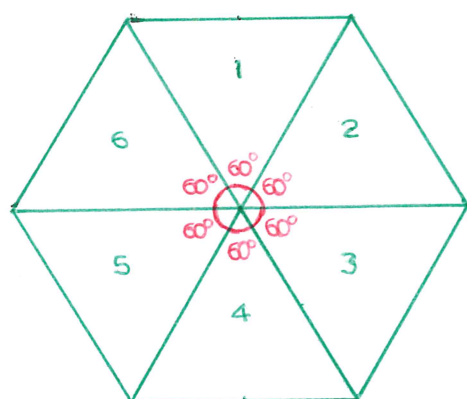
allora

- $l = 3 \rightarrow n = 6 \in \mathbb{N}$ accettabile (triangoli equilateri) (6 triangoli)
- $l = 4 \rightarrow n = 4 \in \mathbb{N}$ accettabile (quadrati) (4 quadrati)
- $l = 5 \rightarrow n = \frac{10}{3} \notin \mathbb{N}$ non accettabile
- $l = 6 \rightarrow n = 3 \in \mathbb{N}$ accettabile (esagoni regolari) (3 esagoni)

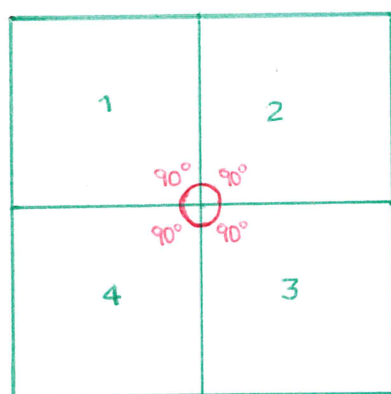
N.B. per $l \geq 7$ avremmo $n < 3$

dunque non ha senso continuare analisi

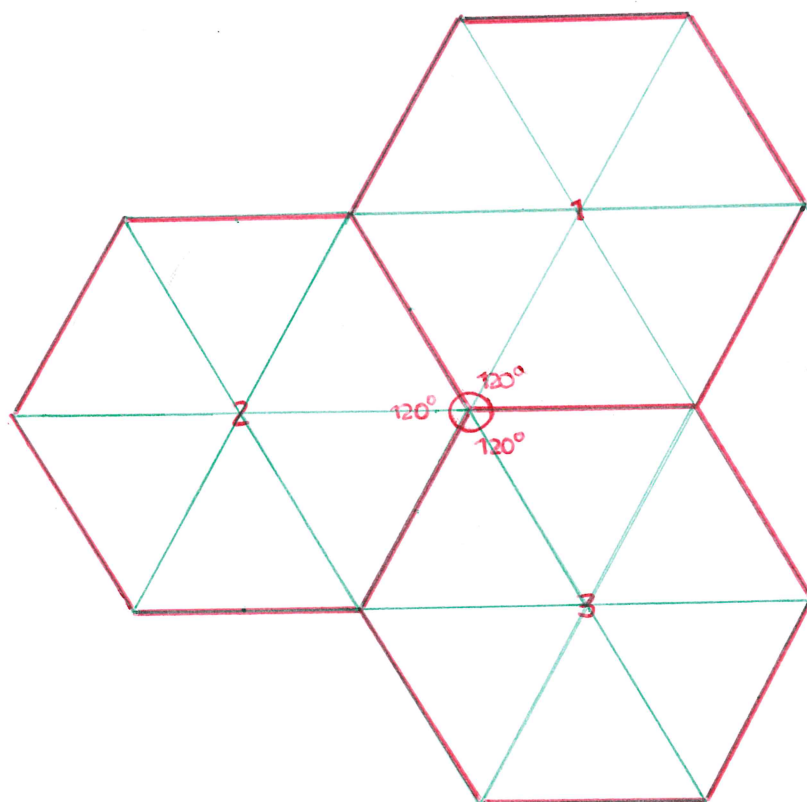
(se fosse $n = 2$, α dovrebbe essere pari a 180°)
circostanza da escludere



6 TRIANGOLI
EQUILATERI



4 QUADRATI
(QUADRILATERI
REGOLARI)



3 ESAGONI
REGOLARI